

MICROECONOMÍA AVANZADA: TEORÍA DE JUEGOS

PARCIAL I

Facultad de Economía, Universidad de los Andes

Alvaro J. Riascos Villegas

Febrero 25 de 2016

No puede utilizar ningún tipo de notas, apuntes, libros o artículos. Los estudiantes de maestría deben hacer únicamente los puntos 1, 2, 3 y 4 y los estudiantes de doctorado únicamente los puntos 1, 2, 3 y 5

1. (25 puntos) Verdadero y falso. Determine si cada uno de los siguientes enunciados es falso o verdadero. Escriba una corta justificación de su respuesta. La nota depende de qué tan buena sea su justificación.
 - a) (5 puntos) En juegos bilaterales de suma cero la eliminación de estrategias dominadas estrictamente de forma iterativa puede llegar a modificar el valor maximin del juego de los jugadores.
 - b) (5 puntos) En un juego en forma normal si cada jugador juega una estrategia maximin entonces ese perfil de estrategias es un equilibrio de Nash.
 - c) (5 puntos) La noción de racionalidad detrás del concepto de eliminación iterativa de estrategias dominadas débilmente es una noción más débil de racionalidad detrás del concepto de eliminación iterativa de estrategias dominadas estrictamente.
 - d) (5 puntos) Todas las estrategias conjuntas que sobreviven el proceso de eliminación de estrategias dominadas estrictamente de forma iterativa son equilibrios de Nash.
 - e) (5 puntos) Toda red eficiente en el sentido de Pareto es eficiente socialmente.
2. (25 puntos) Considere el siguiente juego.

$1 \setminus 2$	X_2	Y_2
X_1	2,2	0,6
Y_1	6,0	1,1

- a) Cuál es el equilibrio de Nash en puras?
 b) Muestre que el equilibrio es ineficiente.
 c) Suponga ahora que los jugadores se pueden comunicar y le piden a un abogado que les elabore un contrato que dice lo siguiente: si ambos lo firman, ambos prometen jugar (X_1, X_2) . Si solamente uno lo firma, digamos i , entonces i promete jugar Y_i . En caso de firmar el contrato, es de obligatorio cumplimiento (e.g., no cumplirlo tiene una penalidad muy alta)
 El nuevo juego es:

1\2	X ₂	Y ₂	S ₂
X ₁	2,2	0,6	0,6
Y ₁	6,0	1,1	1,1
S ₁	6,0	1,1	2,2

- d) Calcular el nuevo equilibrio.
 e) Que aprende usted de este ejercicio?
3. (25 puntos) Competencia por la extracción de rentas de un mercado.¹⁾ Considere n firmas idénticas que compiten por obtener el derecho a explotar como un monopolio un mercado específico. Cada firma decide de forma simultánea su gasto x_i para ganarse el derecho. La probabilidad de ganarse el derecho es $\frac{x_i}{\sum_{j=1, \dots, n} x_j}$. Sea Π (i.e., esta es una constante y su valor no importa para los fines del ejercicio) las rentas monopolistas en caso de obtener el derecho a explotar el mercado. Entonces el pago esperado π_i de la firma i es:

$$\pi_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1, \dots, n} x_j} \Pi - x_i$$

- a) Encontrar el equilibrio de Nash simétrico (i.e., las acciones de cada firma son idénticas).
 b) Calcular el el beneficio esperado de cada firma en equilibrio.
 c) Mostrar que cuando n tiende a infinito el gasto agregado hecho por todas las empresas es igual al beneficio del monopolista Π .
4. (25 puntos) Demostrar que si el proceso de eliminación iterativa de estrategias dominadas estrictamente resulta en una sola estrategia conjunta, entonces esa estrategia es un equilibrio de Nash.
5. (25 puntos). Demuestre que si se eliminan iterativamente las estrategias dominadas estrictamente de un juego, no se elimina ningún equilibrio de Nash.

¹Tomado de Motta, M. (2004). Competition Theory and Policy. Page 89